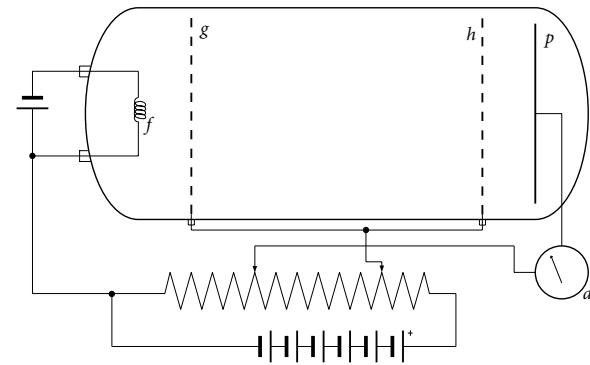


Marco Savarese

L'ATOMO DI BOHR E L'ESPERIMENTO DI FRANCK E HERTZ



Riferimenti bibliografici

M. Cini, *Fenomeni quantistici e struttura della materia (Conferenze di fisica II*, Feltrinelli, 1967)

M. Gliozzi, *Storia della Fisica*, Bollati Boringhieri, 2005

L. Infeld, *Introduzione alla fisica moderna*, 1965

W. Heisenberg, *I principi fisici della teoria dei quanti*, Einaudi, 1953

D. Linfley, *Incertezza*, Einaudi, 2008

I. Cervesato, *Elementi di fisica moderna*, 2008

C. Cereda, *Corso di fisica generale*, 2004

Enciclopedia delle scienze fisiche, Treccani, 1992

te più. Ciò che rende credibile una teoria fisica non è la magnificenza e la complessità dell'apparato teorico quanto la sua capacità di interpretare e spiegare i dati empirici. Dati che purtroppo non sono immediatamente disponibili, la natura li elargisce con molta parsimonia, per ottenerli è necessario allestire esperimenti estremamente laboriosi e dispendiosi.

Concludo con la frase che è diventata ormai un *mantra* delle mie lezioni: la fisica in definitiva resta una descrizione più accurata della realtà¹⁰ non mai una spiegazione di questa. Impadronirsi del formalismo della meccanica quantistica può creare l'illusione di aver capito qualcosa della quantizzazione ma, a pensarci bene, dopo un secolo il mistero resta intatto; come scrive Feynman: *I think can safely say that nobody understands quantum mechanics*¹¹.

1. L'atomo di Bohr

Come è noto un gas attraversato da una scarica elettrica emette radiazioni elettromagnetiche, in particolare luminose, che, analizzate con uno spettroscopio si rivelano costituite da una sovrapposizione di componenti monocromatiche di frequenza ben determinata. L'insieme di tali "righe" forma il cosiddetto "spettro di emissione" differente da sostanza a sostanza, spettro che, come tutti sanno, non dipende dal legame chimico né dalla temperatura e fornisce un importante metodo di analisi chimica.

Anders Jonas Ångström a partire dal 1862 si dedicò per primo alla misura accurata dello spettro di emissione dell'idrogeno di cui individuò quattro righe (una nel rosso, una fra il verde e il blu e due nel violetto). Nel 1884 Joann Jacob Balmer, insegnante di scuola media superiore, che da tempo si dilettava di numerologia ed era costantemente alla ricerca di rapporti semplici in natura, in una lezione all'università di Basilea con cui collaborava, comunicò di aver trovato una regolarità nello spettro dell'idrogeno. Le frequenze corrispondenti alle quattro righe risultano multiple secondo frazioni semplici di una certa costante e potevano essere espresse mediante la seguente formula empirica:

$$\nu = \text{cost} \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

dove ad n bisogna assegnare valori interi 3, 4, 5 e 6. Balmer predisse che vi dovesse essere un'altra riga per $n = 7$ cosa che fu confermata poco dopo. Teoricamente il numero di righe è infinito, ma risulta dalla formula che le righe diventano sempre più vicine e oltre un certo limite non sono più individuabili perché la loro intensità va diminuendo verso il violetto. All'inizio del XX secolo Lyman trovò un'altra serie dell'idrogeno nell'ultravioletto; nel 1909 Paschen ne trovò un'altra nell'infrarosso e infine nel 1922 Blackett un'altra ancora sempre nell'infrarosso.

Tutte queste serie sono date da formule che assomigliano a quella di Balmer e possono essere sintetizzate in un'unica formula che può scriversi nella forma:

$$\nu = R c \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (1)$$

dove R è una costante che prende il nome di costante di Rydberg in onore allo spettroscopista che nel 1890 riuscì a misurarla con grandissima precisione¹, addirittura con 7 cifre significative ottenendo il valore di $109721,6 \text{ cm}^{-1}$; c rappresenta la velocità della luce; se nella (1) si pone $m = 1$ e successivamente $n = 2, 3, 4 \dots$ si ottiene la serie di Lyman nell'ultravioletto, se si pone $m = 2$ e successivamente $n = 3, 4, 5 \dots$ si ha la serie di Balmer nel visibile, se si pone $m = 3$ e successivamente $n = 4, 5, 6 \dots$ si

10. Isaac Newton era ben consapevole che la legge di gravitazione universale da lui formulata non era affatto una spiegazione ma solo una descrizione più accurata della natura; a chi gli chiedeva di *spiegare* la forza di gravità rispondeva: *Hypotheses non fingo* (non invento ipotesi). La frase si trova nella II edizione dei Principia del 1713, ove si legge: *in veritate non sono ancora riuscito a dedurre dai fenomeni la ragione di queste proprietà della gravità, e non invento ipotesi. Qualunque cosa, infatti, non deducibile dai fenomeni va chiamata ipotesi; e nella filosofia sperimentale non trovano posto le ipotesi sia metafisiche, sia fisiche, sia delle qualità occulte, sia meccaniche.*

11. R. Feynman, *The Character of Physical Law*, 1965

1. Il valore oggi accettato è $R = 109737,318 \text{ cm}^{-1}$

ottiene quella di Paschen nell'infrarosso, se infine si pone $m = 4$ e successivamente $n = 5, 6, 7 \dots$ si ottiene quella di Blackett.

Nella fisica si conoscevano solo due casi nei quali le grandezze, invece di variare con continuità, variano per numeri interi: i fenomeni di interferenza e i fenomeni di vibrazione dei corpi, come ad esempio i fenomeni di risonanza delle corde e dei tubi sonori. Sino al 1913 non si ebbe alcuna idea sull'interpretazione teorica delle formule: rimanevano espressioni empiriche, esatte, ma del tutto misteriose.

L'elettromagnetismo classico era in grado di spiegare l'emissione di queste righe col fatto che nella materia vi sono cariche elettriche normalmente immobili e che queste, a causa di eccitazioni esterne, potessero vibrare con frequenze ben determinate producendo radiazione elettromagnetica. Purtroppo però, come abbiamo visto per l'irraggiamento del corpo nero², le previsioni teoriche erano in aperto contrasto con i dati sperimentali.

Nel 1913 il giovane fisico danese Niels Bohr per spiegare teoricamente la formula (1) pensò di partire dal modello atomico basato sugli esperimenti di Rutherford del 1909. Questi esperimenti, come è ben noto, avevano mostrato che la carica elettrica positiva era concentrata nel centro dell'atomo in una regione estremamente piccola (circa 10^{-15} m) rispetto alle dimensioni esterne della nuvola elettronica (10^{-10} m). Secondo la meccanica classica l'unico elettrone dell'atomo di idrogeno avrebbe dovuto ruotare intorno al nucleo come un pianeta intorno ad una stella percorrendo un'orbita di tipo kepleriano nel campo elettrostatico del nucleo. Si riproduceva nel mondo microscopico quanto avveniva in quello macroscopico. Questa interpretazione oltremodo seducente nasconde purtroppo un'insidia non da poco: bisogna spiegare perché l'elettrone non irraggia con continuità nel suo moto. Secondo le equazioni di Maxwell, infatti, una carica elettrica quando si muove di moto accelerato emette o, per meglio dire in linguaggio tecnico, irraggia onde elettromagnetiche. Mentre gira intorno al nucleo (moto tipicamente accelerato) l'elettrone dovrebbe perdere rapidamente la sua energia e collassare su di esso: è del tutto evidente che, se ciò fosse vero, nessun atomo potrebbe essere stabile.

Allo scopo di superare queste difficoltà Bohr introdusse le seguenti ipotesi *ad hoc*, assunte come postulati, senza alcuna giustificazione teorica:

- esistono orbite particolari, dette *orbite stazionarie*, nelle quali gli elettroni possono ruotare senza irraggiare, ossia senza perdere energia; questa ipotesi, come si vede, fa a botte con l'elettromagnetismo classico;
- le orbite stazionarie sono caratterizzate dal fatto che il momento, rispetto al nucleo, della quantità di moto³ dell'elettrone deve essere un multiplo intero della costante di Planck diviso 2π , ovvero⁴

$$rm_e v = nh/2\pi \quad n=1,2,3\dots \quad (2)$$

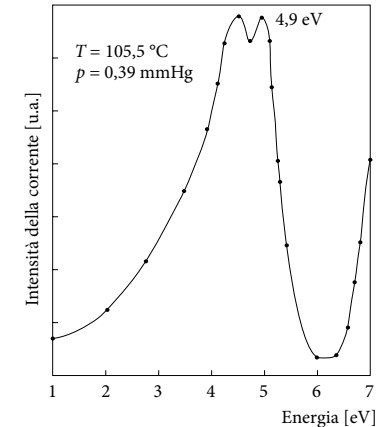
- un elettrone può spontaneamente passare da un'orbita stazionaria cui compete un'energia E_2 ad un'orbita stazionaria cui compete un'energia E_1 , con $E_2 > E_1$; tale transizione (detta *salto quantico*) è accompagnata dall'emissione di un quanto di radiazione (fotone) la cui frequenza

2. si veda la dispensa "L'irraggiamento del corpo nero" disponibile sempre nella pagina: www.savarese.altvista.org

3. il momento della quantità di moto è chiamato anche momento angolare.

4. per favore, evitate di lambicarvi il cervello per capire il motivo della presenza della 2π ; è più semplice di quanto pensiate: se non lo mettete la teoria non si accorda con i dati sperimentali.

lo stato degli atomi di mercurio. Rimbalzeranno, come una palla elastica su una parete, conservando inalterata la loro energia cinetica. Rendiamo adesso più grande la velocità degli elettroni aumentando la tensione delle griglie. Se ora ogni proiettile possiede una maggiore quantità di energia alcuni di essi potranno alterare lo stato degli atomi; ogni urto efficace infatti può spostare un elettrone da una certa orbita ad un'altra a cui corrisponde un'energia maggiore. Nel modello di Bohr, in cui le orbite sono quantizzate, questa trasformazione di energia cinetica degli elettroni incidenti in energia potenziale degli atomi è possibile soltanto quando gli elettroni con i quali stiamo bombardando gli atomi possiedono esattamente la quantità di energia che permette il passaggio dell'elettrone atomico dal livello fondamentale a quello superiore. L'eccitazione degli atomi ha quindi inizio soltanto nell'istante in cui l'energia del fascio di elettroni raggiunge un certo valore di soglia detto *energia di risonanza*. Quello che notiamo sperimentalmente è che quando l'energia cinetica degli elettroni raggiunge questo valore la corrente misurata dall'amperometro diminuisce improvvisamente (si veda la figura a lato). Per il mercurio questo valore critico vale 4,9 eV.



Se aumentiamo gradualmente la velocità degli elettroni del fascio e arriviamo all'energia di risonanza, allora l'atomo di mercurio manda un segnale che indica che il valore minimo nell'energia di eccitazione è stato raggiunto. Qual è questo segnale? L'elettrone dell'atomo di mercurio, quello che è stato spostato sull'orbita superiore cade di nuovo nel livello fondamentale e questa caduta è accompagnata dall'emissione di un quanto di radiazione, cioè di un fotone. Nello spettro di emissione quindi comparirà un'unica riga: questo è il segnale che indica che l'energia di risonanza è stata in effetti raggiunta. Per l'atomo di mercurio questa riga, emessa al primo potenziale critico $V_c = 4,9$ eV, vale $v = 253,7$ nm. Questi due valori soddisfano egregiamente la relazione

$$hv = eV_c$$

L'immagine che ci siamo fatti per descrivere la struttura dell'atomo, cioè la nostra teoria fisica, risulta in accordo con i dati sperimentali. Essa è ulteriormente confermata dal fatto che se aumentiamo ancora la velocità degli elettroni del fascio gli elettroni atomici possono passare a livelli energetici superiori e come segnale di ciò osserveremo il presentarsi di tutte le altre righe dello spettro del mercurio, una dopo l'altra. Quando ciò avviene deduciamo allora che gli elettroni del fascio possiedono proprio l'energia corrispondente all'energia di ionizzazione degli atomi di mercurio. Anche in questo caso troviamo un perfetto accordo fra teoria ed esperienza.

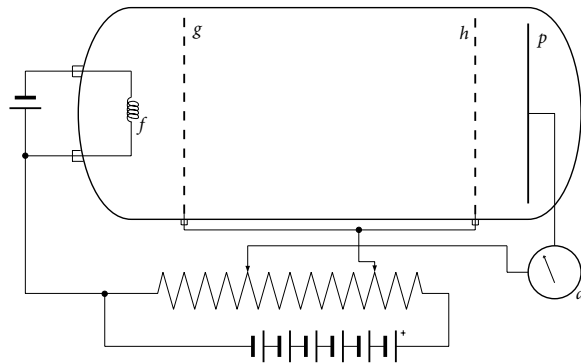
Vi prego di ricordare che i postulati da cui siamo partiti erano alquanto vacillanti e in contrasto con tutta la fisica precedente; tutte queste conferme sperimentali ci fanno intuire che la quantizzazione, anche se non comprendiamo assolutamente il motivo della sua esistenza, non può essere ignorata: ci deve essere qualcosa di rispondente alla realtà in essa.

Ribadiamo che in fisica l'unico modo per acquisire nuove conoscenze sono gli esperimenti. Le teorie che possiamo formulare servono solo per inquadrare i dati sperimentali in un sistema coerente, nien-

2. L'esperimento di Franck e Hertz

La teoria di Bohr, che collega gli stati stazionari degli atomi con valori discreti dell'energia, ottenne una valida conferma dagli esperimenti iniziati in Germania nel 1914 da James Franck e Gustav Ludwig Hertz (nipote del più famoso Heinrich Rudolf). Questi esperimenti hanno lo scopo di studiare l'effetto degli urti di elettroni di velocità nota con gli atomi di un gas rarefatto.

L'apparato sperimentale è descritto nella figura seguente. Un contenitore di vetro viene svuotato dell'aria e riempito con gas rarefatto (idrogeno o più frequentemente vapori di mercurio). Il fila-



mento f percorso da corrente diventa incandescente e per effetto termoionico emette elettroni. Questi elettroni sono accelerati dal campo elettrico esistente tra il filamento e la griglia g e acquistano un'energia cinetica dell'ordine di qualche eV che può essere modificata variando la tensione. Dopo aver superato la griglia gli elettroni vanno ad urtare gli atomi del gas rarefatto contenuto nell'ampolla nella zona compresa fra la prima griglia g e una seconda griglia h posta allo stesso potenziale. In questa zona, ovviamente, la velocità degli elettroni resterà costante non essendo soggetti a forze. Alla fine, dopo aver superato una piccola differenza di potenziale ritardante fra h e una placca p sono da questa raccolti e l'intensità della corrente da essi costituita è misurata mediante il sensibile amperometro a . Il dispositivo come abbiamo detto serve per studiare l'effetto delle collisioni sulle velocità degli elettroni.

Vediamo allora cosa succede quando il fascio di elettroni, di ben definita velocità, incontra gli atomi di mercurio contenuti nell'ampolla; facciamo l'ipotesi che la velocità degli elettroni all'inizio sia molto piccola. Gli elettroni possono essere immaginati come un fascio di proiettili che bombardano gli atomi. Se la velocità è bassa anche l'energia sarà piccola ed essi non saranno in grado di alterare

v è legata alla differenza energetica dalla relazione che Planck aveva ipotizzato nel 1900:

$$v = \frac{E_2 - E_1}{h} \quad (3)$$

In sostanza, dunque, l'elettrone rotante intorno al nucleo obbedisce a tutte le leggi della meccanica classica ma non a quelle dell'elettromagnetismo, nel senso che durante la rotazione non emette radiazioni⁵; inoltre il suo momento angolare è quantizzato ovvero non varia con continuità ma può assumere soltanto determinati valori.

All'orbita di raggio minimo ($n = 1$) corrisponde l'energia minima possibile, e quindi, visto che nessun'altra orbita di energia minore è possibile per l'elettrone, l'atomo, in questo stato, sarà stabile. Sappiamo dall'elettrostatica che la forza centripeta necessaria per mantenere l'elettrone sulla sua traiettoria circolare è fornita dalla forza coulombiana di attrazione da parte del nucleo, ovvero:

$$m_e \frac{v^2}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r^2} \quad (4)$$

Ricavando⁶ v dalla (2), sostituendo il valore così trovato nella (4) e risolvendo rispetto ad r , dopo semplici⁷ passaggi si ottiene:

$$r_n = \frac{\epsilon_0 h^2}{\pi m_e e^2} n^2 \quad (5)$$

Notiamo subito che la seconda ipotesi di Bohr ovvero la quantizzazione del momento della quantità di moto ha comportato la quantizzazione dei raggi delle orbite permesse; in particolare, il più piccolo valore che il raggio può assumere, ricavabile ponendo $n = 1$ nella (5) e sostituendo i valori delle costanti, detto raggio di Bohr, è proprio $0,56 \cdot 10^{-10}$ m, pari come ordine di grandezza al raggio atomico secondo la teoria cinetica dei gas.

Vediamo ora cosa succede sotto il profilo energetico: l'energia meccanica totale dell'elettrone posto nel campo elettrico generato dal nucleo vale:

$$E = \frac{1}{2} m_e v^2 - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r} \quad (6)$$

Ricavando dalla (4) la quantità $m_e v^2$ e sostituendo nella (6) il valore così ottenuto si ottiene

$$E_n = -\frac{1}{8\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r_n} \quad (7)$$

dove il pedice n serve a evidenziare che anche l'energia è quantizzata, poiché dipende dal raggio or-

5. J. Jeans volle dare a tutti i costi un modello dell'atomo di Bohr: si supponga una pista da corsa con più corsie parallele, separate da siepi così alte che uno spettatore non possa vedere né cavalli, né fantini finché galoppo nella propria corsia. Tuttavia se un cavallo salta sopra le siepi da una corsia all'altra, allora si renderà visibile all'osservatore durante lo spostamento.

6. Si noti che le velocità con cui gli elettroni si muovono nell'atomo sono elevate, dell'ordine del 1% di c , ma non relativistiche; m_e rappresenta pertanto la massa a riposo dell'elettrone.

7. chiaro esempio di dimostrazione per intimidazione. I passaggi andrebbero svolti almeno una volta nella vita con la consapevolezza di non illudersi che l'averli capiti implichi anche una qualche comprensione del fenomeno fisico sottostante.

bitale. Sostituendo infine il valore di r_n fornito dalla (5) nella (7) l'energia diventa:

$$E_n = -\frac{m_e e^4}{8\epsilon_0^2 h^2} \frac{1}{n^2} \quad (8)$$

formula che mostra con chiarezza che i valori permessi per l'energia dell'elettrone nell'atomo sono quantizzati, ossia non variano con continuità da $-\infty$ a zero come prevede la fisica classica ma possono assumere solo valori discreti, ottenibili dalla (8) ponendo $n = 1, 2, 3, \dots$; i valori così ricavati sono detti *livelli energetici* dell'atomo e rappresentano in definitiva l'*energia di legame* che l'elettrone possiede nelle varie orbite stazionarie; in particolare, risulta $E_1 = -13,607$ eV, in perfetto accordo col valore misurato dell'energia di ionizzazione per l'atomo di idrogeno.

Dall'ultima ipotesi di Bohr a questo punto si ottengono subito le frequenze delle radiazioni emesse, basta sostituire la formula (8) nella (3)

$$\nu = \frac{E_2 - E_1}{h} = \frac{m_e e^4}{8\epsilon_0^2 h^3} \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) \quad (9)$$

Ed ecco che abbiamo ritrovato la formula (1) da cui siamo partiti. Il successo della teoria fu enorme, si riusciva per la prima volta a dare una spiegazione razionale delle misteriose righe spettrali dell'atomo di idrogeno e si calcolavano i raggi atomici. La coincidenza di quest'ultima formula con quella empirica nota agli spettroscopisti da più di un ventennio è pressoché perfetta, non solo per quanto riguarda la dipendenza dai numeri interi m e n , ma anche perché risulta, a conti fatti, che la costante empirica R , la cosiddetta costante di Rydberg, ha proprio il valore:

$$R = \frac{m_e e^4}{8\epsilon_0^2 h^3 c} = 1,0975 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$$

Nonostante questo eclatante successo la teoria di Bohr non può assolutamente considerarsi una teoria coerente e definitiva, perché, come abbiamo visto, si fonda su assunti che non stanno in piedi; è ottenuta infatti aggiungendo alla teoria classica un postulato *ad hoc* completamente estraneo e, in un certo senso, incompatibile con essa. Secondo le leggi della meccanica classica per il moto di un punto materiale tutti i valori della velocità e della posizione sono possibili; il concetto stesso di traiettoria continua comporta che in ogni punto si possa sempre individuare una posizione e una velocità. Dalla formula (2) notiamo invece che è impossibile concepire un'orbita che abbia raggio r e quantità di moto p tali che il loro prodotto sia inferiore al valore minimo $h/2\pi$. Questo fatto implica come conseguenza anche l'impossibilità di definire, in un punto qualsiasi di una traiettoria qualsiasi, posizione e impulso di una particella con indeterminazione inferiore al limite

$$\Delta r \Delta p \approx \frac{h}{2\pi} \quad (10)$$

Questa relazione ha valore universale e costituisce il famoso principio di indeterminazione di Heisenberg che distrugge lo stesso concetto di traiettoria classica.

Un'altra critica alla teoria arrivò dallo stesso Rutherford, al quale Bohr aveva spedito una prima bozza dell'articolo. Rutherford, che era un grandissimo sperimentatore benché con le formule non se la cavasse molto bene, fece a Bohr questa obiezione molto interessante: "Mi sembra che vi sia una grave difficoltà. Come fa un elettrone a decidere con quale frequenza vibrerà⁸ e quando passerà da uno stato stazionario ad un altro? Mi sembra che si dovrebbe supporre che l'elettrone sappia in anticipo dove si fermerà."

Rutherford era stato uno dei pionieri dello studio del decadimento radioattivo e sapeva bene che il momento preciso in cui un atomo decide di decadere è assolutamente imprevedibile. In questo caso le cose vanno anche peggio perché, mentre gli atomi instabili si disintegravano sempre nello stesso modo, gli elettroni saltatori di Bohr sembravano poter scegliere non solo l'istante in cui saltare ma anche su quale orbita inferiore compiere il salto e quindi quale linea spettrale produrre.

A pensarci bene il fenomeno è inquietante: lo stesso Einstein era ossessionato da questo problema. Entrambi i fenomeni sembravano del tutto spontanei: in nessuno dei due casi il cambiamento avveniva in un momento particolare, avveniva quando avveniva, senza alcun motivo evidente. "Il problema della causalità tormenta molto anche me"⁹ scrisse Einstein a Bohr qualche anno più tardi, quando era rimasto pressoché l'unico a farsi queste domande: quasi tutti gli altri fisici erano ormai troppo occupati a giocare con l'atomo di Bohr per dedicare il loro tempo a questioni filosofiche di questo tipo.

8. Rutherford sta pensando ad un elettrone che, trovandosi in un livello eccitato, ha più modi di saltare a livelli inferiori; egli pensa ancora ingenuamente che il quanto di radiazione sia emesso a causa di una vibrazione. La frase compare in una lettera di Rutherford a Bohr datata 20 Marzo 1913.

9. Lettera di Einstein a Bohr, 27 Gennaio 1920.