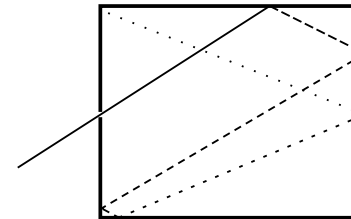


Marco Savarese

L'IRRAGGIAMENTO DEL "CORPO NERO"



Fino al 1907 Planck sembra considerare la quantizzazione dell'energia solo un ingegnoso artificio di calcolo, ma ciò potrebbe essere soltanto se l'elemento di energia non intervenisse nell'espressione di grandezze fisiche come l'entropia o la densità spettrale e non risultasse proporzionale alla frequenza. La circostanza che Planck non dia nessuna ragione a priori per non eseguire il passaggio al limite (cosa che evidentemente non può fare, pena il ripresentarsi della catastrofe) lascia aperta la strada a varie congetture sulle possibili motivazioni di una tanto drastica anomalia. Anni dopo Planck scriverà in una lettera

Una spiegazione teorica doveva essere fornita ad ogni costo e quindi mi sono risolto a un atto di disperazione.

Siamo di fronte ad un significativo esempio di quello che Einstein chiamerà opportunismo epistemologico.

Riferimenti bibliografici

- G. Tagliaferri, *Storia della fisica quantistica* - F. Angeli, 1985
 M. Gliozzi, *Storia della fisica* - Bollati Boringhieri, 2006
 G. Gamow, *Trent'anni che sconvolsero la fisica* - Zanichelli, 1966
 C. Mencuccini - V. Silvestrini, *Fisica II* - Liguori, 1988
 A. Rostagni - *Fisica Generale*, UTET, 1978
 F. Sebastiani, *Appunti del corso di Metodologia delle Scienze Sperimentali* - S.S.I.S. Roma, 2001

1. L'irraggiamento del "corpo nero"

I termini del problema

Supponiamo di avere più corpi a diverse temperature chiusi in un involucro adiabatico in cui sia stato fatto il vuoto. L'evidenza sperimentale, finora mai contraddetta, ci assicura che tutti i corpi prima o poi finiranno con l'assumere la stessa temperatura. Come tutti sanno la termodinamica spiega questo fatto ammettendo uno scambio di energia sotto forma di onde elettromagnetiche chiamato irraggiamento. In particolare le cariche microscopiche costituenti le superfici dei corpi si muovono a causa dell'agitazione termica e così facendo irraggiano onde elettromagnetiche; queste onde a loro volta, urtando contro gli altri corpi vi trasferiscono energia. Per raggiungere l'equilibrio termico ovviamente i corpi più caldi emettono più di quanto possano assorbire e quelli più freddi assorbono più di quanto possano emettere. Ma una volta raggiunto l'equilibrio esso si manterrà indefinitamente finché rimarranno costanti le condizioni fisiche del sistema in quanto ogni corpo a questo punto emette e assorbe le stesse quantità di energia. Verso la metà del diciannovesimo secolo il problema generale era questo: qual è la quantità di energia raggiante emessa o assorbita da un corpo per ogni temperatura e per ogni frequenza?

Nel biennio 1859–1860 Gustav Robert Kirchhoff aveva pubblicato importanti lavori sul problema dell'emissione e dell'assorbimento di radiazioni da parte dei corpi. I risultati fondamentali sono i seguenti:

1. I corpi che emettono radiazioni di una data lunghezza d'onda sono in grado di assorbire quelle stesse radiazioni, provocando così nello spettro righe nere¹ in corrispondenza delle righe luminose dello spettro di emissione.
2. Per un corpo in equilibrio termodinamico il rapporto fra potere emissivo e potere assorbente è indipendente dalla natura e dalla forma del corpo ed è una funzione universale $E(\nu, T)$ unicamente della temperatura T e della frequenza ν . Per un corpo nero, definito come quel corpo capace di assorbire tutte le radiazioni che riceve e quindi con potere assorbente uguale ad 1, il potere emissivo² è proprio la funzione universale $E(\nu, T)$.

¹ In questo modo si spiega la presenza di righe nere nello spettro della luce solare. Queste righe furono scoperte nel 1811 da Fraunhofer che non aveva saputo giustificarne la presenza. La spiegazione è semplice: la radiazione generata negli strati più caldi e più interni della superficie solare viene parzialmente assorbita dagli strati più esterni e più freddi. Gli elementi che si trovano in tali strati assorbono specialmente quelle righe che sono capaci di emettere e per questo si notano nello spettro delle righe scure esattamente nelle posizioni in cui normalmente tali elementi emettono delle righe brillanti. In questo modo si possono individuare gli elementi contenuti nel Sole e nelle stelle.

² L'energia emessa entro un cono di angolo solido unitario sotto forma di radiazione di frequenza compresa fra ν e $\nu+d\nu$ per unità di superficie e unità di tempo si dice "potere emissivo" del corpo, ed è una funzione $e(\nu, T, x)$ della frequenza ν , della temperatura T e di altri parametri che esprimono caratteristiche specifiche del corpo (come forma, struttura interna, ecc) complessivamente indicati con x . Supposto che sul corpo incida una radiazione, questa verrà in parte riflessa e in parte assorbita: si definisce "potere assorbente" $a(\nu, T, x)$ di un corpo il rapporto tra l'energia da esso

La scienza è da sempre alla ricerca di universali per cui lo studio dello spettro del corpo nero, da cui si può ricavare la funzione universale E , attirò subito un notevole interesse da parte di tutta la comunità scientifica dell'epoca. Kirchhoff si aspettava che tale funzione dovesse essere abbastanza semplice in quanto "tutte le funzioni incontrate finora che sono indipendenti dalla natura dei corpi si sono rivelate di semplice struttura".

In natura però non esistono praticamente corpi neri nel senso sopra definito; i più neri (come il nerofumo, il nero di platino ecc.) riflettono e diffondono sempre una parte sia pur molto piccola dell'energia che ricevono. Fu lo stesso Kirchhoff ad indicare un artificio per ottenere un corpo nero secondo la definizione data. Prendiamo una cavità chiusa con pareti interne annerite; una radiazione che vi arrivi si riflette una prima volta sulle pareti e ne è per gran parte assorbita e, in piccola parte riflessa; la parte riflessa incontra nuovamente le pareti e, a sua volta, in buona parte viene assorbita e in minima parte riflessa; e così via. Dopo qualche riflessione è chiaro che, tranne una quantità infinitesima, l'energia sarà completamente assorbita dalle pareti; la cavità quindi avendo un potere assorbente molto prossimo ad 1 si comporta a tutti gli effetti come un corpo nero. In pratica per fare questa cavità si prende un contenitore chiuso di materiale refrattario³ e si anneriscono con nerofumo le pareti interne, poi vi si pratica un minuscolo forellino. Ogni radiazione che penetra attraverso questo foro verrà praticamente tutta assorbita. Ma allora, per definizione, la superficie del forellino si comporta in tutto e per tutto come la superficie di un corpo nero e, se le pareti del contenitore sono tenute ad una temperatura fissa, dal foro escono onde elettromagnetiche la cui energia può essere considerata uguale a quella emessa da un corpo nero alla stessa temperatura: questa energia si chiama, con espressione rapida ma infelice irraggiamento nero (perché a temperatura elevata può essere di un bianco abbagliante).

Se il corpo nero è mantenuto a temperatura costante e la radiazione emessa dal forellino viene raccolta da un bolometro⁴ si potrà misurare per ogni temperatura la quantità totale di energia emessa dal corpo nero; se, invece, sul bolometro si fa cadere, mediante filtri, prismi o reticoli, soltanto la radiazione di una certa lunghezza d'onda si ottiene quella che si chiama intensità specifica. Queste misure, come si può immaginare, non sono affatto facili e richiedono una tecnica sperimentale sofisticata.

Di fatto negli anni immediatamente successivi al 1860 le tecniche sperimentali disponibili erano

assorbita e l'energia totale della radiazione incidente; anche il potere assorbente dipende, oltre che dalla frequenza ν e dalla temperatura T , dalle caratteristiche fisiche x del corpo. È ovvio che il potere assorbente può essere solo minore od uguale ad 1; quando il corpo assorbe tutte le radiazioni incidenti di qualunque frequenza e per qualunque temperatura, allora è sempre $a = 1$ e il corpo si dice corpo nero.

³ capace di resistere alle alte temperature.

⁴ Un bolometro è uno strumento in grado di misurare l'intensità di radiazioni elettromagnetiche. Il funzionamento si basa sulla variazione della resistenza elettrica di un conduttore metallico o un semiconduttore, esposto alla radiazione, a seguito del riscaldamento dovuto all'assorbimento delle radiazioni. I bolometri devono soddisfare i seguenti requisiti: a) avere un potere assorbente prossimo a 1 per assorbire la quasi totalità della radiazione incidente; b) avere una piccola capacità termica, affinché l'energia assorbita provochi nel materiale una variazione relativamente grande di temperatura; c) avere una resistenza elettrica con una forte dipendenza dalla temperatura, per meglio evidenziare il riscaldamento avvenuto; d) presentare basso rumore elettrico. Il primo bolometro fu realizzato da S. P. Langley nel 1880 (al quale è dovuto il termine), che usò striscette di platino annerito come elemento sensibile per misurare la distribuzione spettrale della radiazione solare nell'infrarosso.

Trovata la formula però bisognava anche interpretarla, e per fare ciò Planck doveva dare un significato fisico alla costante h che vi compariva, da lui chiamata *quanto elementare d'azione* in quanto rappresenta il prodotto di un'energia per un tempo. Questa costante, tuttavia, risultò resistere a qualsiasi tentativo di interpretazione; il che, a posteriori, non ci sorprende affatto.

La formula della radiazione, quand'anche dovesse risultare assolutamente esatta, avrebbe però un valore ben limitato, se essa non fosse altro che una formula di interpolazione felicemente indovinata. Perciò fin dal giorno della sua enunciazione (Domenica 7 Ottobre 1900) cominciai a dedicarmi al compito di rivestirla di un corretto significato fisico. Questa ricerca mi condusse quasi automaticamente a studiare l'interrelazione tra entropia e probabilità, in altre parole a seguire la linea di pensiero inaugurata da Boltzmann; finché dopo alcune settimane di lavoro, le più intense della mia vita, le tenebre si squarciarono e cominciai ad apparire in lontananza un panorama insospettato.[...] Tutto sembrava andare a posto se si accettava l'operazione stranissima di attribuire ad ogni oscillatore lineare la possibilità di avere soltanto certi valori di energia tutti multipli di un valore proporzionale alla frequenza della radiazione emessa; mettendomi su questa strada, ricavai lo spettro di energia della radiazione riuscendo finalmente a far coincidere la curva teorica con i risultati sperimentali. La costante di proporzionalità fra energia e frequenza risultava essere $6,55 \cdot 10^{-34}$ Joule-secondo, come prodotto di una energia per un tempo e fu chiamata quanto elementare di azione. Tuttavia, mentre questa costante h era assolutamente indispensabile per arrivare ad una espressione utilizzabile sorgevano delle gravi difficoltà quando si cercava di inquadrarla in qualche maniera nei limiti della teoria classica. Tutto andava bene finché si poteva considerare tale costante come infinitamente piccola, e cioè per grandi energie e lunghi periodi di tempo: ma nel caso generale c'era in qualche punto una lacuna che diventava tanto più incolmabile quanto più si passava ad oscillazioni piccole e veloci. Il fallimento di ogni tentativo di colmare la lacuna presto non lasciò più dubbi: o il quanto di azione era una grandezza fittizia, ed allora tutta la deduzione della legge di irradiazione era illusoria e non rappresentava altro che un giochetto di formule senza contenuto; oppure la deduzione della legge di irradiazione poggiava su di un reale pensiero fisico, ed allora il quanto di azione doveva avere un'importanza fondamentale in fisica, ed annunciava qualche cosa completamente nuova ed inaudita che pareva destinata a rivoluzionare il nostro pensiero fisico, basato, fin da quando Leibniz e Newton avevano fondato il calcolo infinitesimale, sull'ipotesi della continuità di tutti i rapporti causali¹¹.

Partito per scoprire una nuova via verso l'irreversibilità macroscopica, Planck si imbatte in un nuovo mondo; per poter calcolare la probabilità termodinamica W che compare nella formula di Boltzmann, Planck deve enumerare in quanti modi può distribuire un dato ammontare di energia E tra n oscillatori di frequenza propria ν .

se si considera l'energia come una grandezza illimitatamente divisibile, la ripartizione tra gli n oscillatori è possibile in infiniti modi. Ma noi assumiamo, e questo è il punto essenziale di tutto il calcolo, che l'energia consista di un ben determinato numero di parti uguali finite, e ci serviamo per questo scopo della costante della natura h . Questa costante moltiplicata per la frequenza ν degli oscillatori dà l'elemento di energia ϵ , e dividendo l'energia per ϵ otteniamo il numero P degli elementi di energia da ripartire tra gli n oscillatori.

In questo modo, già usato da Boltzmann nella teoria cinetica dei gas, si può calcolare numericamente, con un procedimento elementare, basato sul calcolo combinatorio, la ripartizione. In pratica Planck discretizza l'energia totale E degli n oscillatori di frequenza propria ν in P elementi di energia e calcola quindi W come il numero totale di modi in cui P elementi di energia (indistinguibili) possono essere distribuiti tra n oscillatori (distinguibili).

In realtà Planck non si attiene completamente al metodo usato da Boltzmann ma in questa sede è meglio tralasciare questo particolare. La cosa importante da sottolineare è che, mentre per Boltzmann gli elementi finiti di energia, ipotizzati necessariamente per introdurre le ripartizioni tendevano a zero una volta esaurita la loro funzione di artificio di calcolo, per Planck rimangono finiti e questo in violazione del principio ottocentesco di continuità dei processi fisici. Naturalmente questo è proprio il punto d'origine di tutta la fisica dei quanti.

¹¹ I brani sono tratti dalla relazione presentata da Planck in occasione del conferimento del premio Nobel nel 1919 (traduzione di G. Catania); e da: M. Planck - *La conoscenza del mondo fisico* - Einaudi, 1942

Planck e il quanto di azione

Mentre sembrava che il mistero sullo spettro di emissione del corpo nero s'infittisse sempre più, Planck avanzò nell'Ottobre del 1900 un'interpretazione tanto eterodossa da sembrare a lui stesso soltanto un'ipotesi provvisoria o "di lavoro", come si sogliono chiamare prudentemente e pudicamente le ipotesi non allineate con la scienza del tempo.

Considerando tutti gli insuccessi teorici accennati precedentemente Planck pensò che fosse più saggio volare più basso: invece di partire dalla teoria per arrivare ad una formula da confrontare con l'esperienza era meglio partire dai dati sperimentali, già abbondanti e che continuavano ad accumularsi, tradurli in qualche formula empirica e poi cercare di interpretarla fisicamente in qualche modo.

Nel biennio 1898–99 erano state costruite le prime cavità in materiale ceramico che potevano raggiungere temperature fino a 1500 °C e grazie all'affinamento delle tecniche strumentali si era evidenziato che la legge di Lord Rayleigh andava abbastanza bene per le basse frequenze mentre quella di Wien per le alte. Planck si propose di trovare una formula empirica che conciliasse i due andamenti. Ricordiamo brevemente che il calcolo classico dello spettro del corpo nero procede in base a due passi fondamentali:

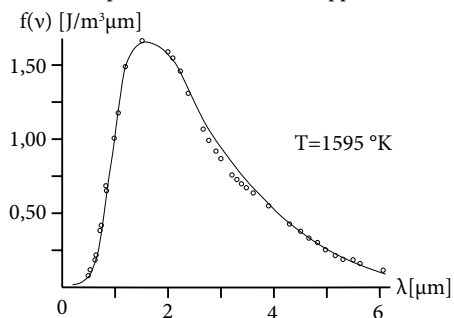
1. calcolo dei modi di vibrazione (gradi di libertà) propri della radiazione contenuta nella cavità;
2. assegnazione ad ogni modo di vibrazione di una energia media pari a KT , secondo quanto previsto dal principio di equipartizione dell'energia.

Dal momento che il calcolo dei modi di vibrazione è una procedura che non sembra lasciare margini ad alternative, Planck pensò che la incongruenza fra teoria ed esperimento potesse essere risolta assegnando ai diversi modi di vibrazione, ciascuno caratterizzato da una sua propria frequenza, una energia media dipendente dalla frequenza stessa. Più precisamente, egli suppose che l'energia di ogni oscillatore variasse non con continuità, ma per salti di una certa grandezza ϵ , che poi si riservava di far tendere a zero. Purtroppo, però fu costretto a constatare che, se si faceva tendere ϵ verso zero, si ricadeva nella formula di Rayleigh; ciò non avveniva invece se si lasciava ad ϵ un valore finito; anzi, se si supposeva che la relazione fra energia e frequenza fosse una semplice relazione di proporzionalità del tipo

$$\epsilon = hv$$

si arrivava ad una formula che, assegnato alla costante h un opportuno valore, rappresentava esattamente la curva a campana dell'irraggiamento del corpo nero.

Questa scelta, che verrà inquadrata in un schema teorico coerente solo molti anni dopo la pubblicazione del primo lavoro di Planck, fu effettuata in base a pure considerazioni di opportunità di calcolo, niente di più. Infatti a un integrale che diventa infinito con l'aumentare della frequenza egli sostituì una sommatoria di elementi raggruppati in modo da non divergere. Ribadiamo che le radici della formula¹⁰ sono puramente empiriche, la sua forza sta nell'ottimo accordo con i dati sperimentali, come è mostrato nella figura a lato (dal Mencuccini; dati di Coblenz, 1916).



¹⁰ La formula di Planck è: $u_\nu d\nu = 8\pi c^{-3} \nu^2 h\nu / (e^{h\nu/kT} - 1) d\nu$

ancora troppo rudimentali per sfruttare i suggerimenti teorici. John Tyndall (1820–1893) pubblicò nel 1865 i risultati di misure di potere emissivo totale a due diverse temperature utilizzando un filo di platino annerito con nerofumo. Queste misure, benché molto imprecise, contribuirono ad indurre il fisico austriaco Josef Stefan (1835-1893) a proporre nel 1879 la famosa legge empirica

$$E = \sigma T^4$$

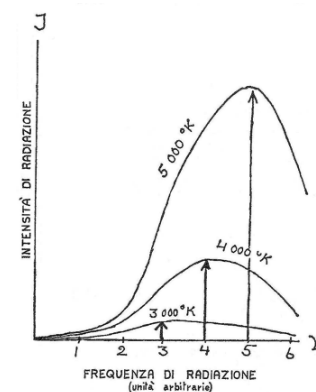
dove E è il potere emissivo totale per unità di superficie, σ una costante universale e T la temperatura assoluta. Esperimenti successivi confermarono la bontà della legge.

Nel 1884 un altro fisico viennese, uno dei più grandi fisici matematici del secolo scorso, discepolo di Stefan, Ludwig Boltzmann ne diede una dimostrazione teorica facendo vedere che la legge di Stefan è una conseguenza diretta dei principi della termodinamica e dell'elettromagnetismo. Da allora la legge fu chiamata legge di Stefan–Boltzmann.

Questa legge però è una legge integrale, che mette in relazione solo la potenza della radiazione totale con la temperatura. Il problema successivo fu quello di capire come si ripartisce, in funzione della frequenza, ad una data temperatura, la radiazione del corpo nero; in altre parole, occorre determinare la forma esplicita della funzione di distribuzione spettrale della radiazione. Negli ultimi anni dell'800 furono allestiti imponenti esperimenti a tale scopo. Il risultato di questi lavori fu che lo spettro della radiazione nera è continuo su un grande intervallo di frequenze a differenza degli spettri di emissione dei gas rarefatti e quelli dei raggi X che risultano discontinui e caratteristici delle sostanze alle quali sono associati. Per una data temperatura, l'energia è massima per una data frequenza, diminuendo rapidamente da una parte e dall'altra di questa frequenza: insomma, per farla breve, la densità di energia per una data temperatura in funzione della frequenza è una curva a campana.

Un notevole progresso verso la determinazione della funzione di distribuzione avvenne nel 1893 ad opera di Wilhelm Wien (1864–1928) che a quell'epoca lavorava a Berlino nell'Istituto Fisico–Tecnico presieduto da Helmholtz. Come abbiamo visto si era accertato che la radiazione aveva un massimo per una data frequenza e che inoltre questo massimo si spostava in direzione delle frequenze più alte al crescere della temperatura. Wien fornì, sempre sulla base di un ragionamento termodinamico, la giustificazione di questo risultato formulando la cosiddetta legge dello spostamento. Con questa legge si afferma che il prodotto della temperatura assoluta del corpo nero per la lunghezza d'onda corrispondente al massimo di emissione è costante⁵: cioè, come abbiamo detto, aumentando la temperatura il massimo di emissione si sposta verso frequenze più alte.

La legge fu verificata sperimentalmente a varie temperature e sempre con ottimo accordo. Nel grafico a lato è riportata la distribuzione dell'intensità di radiazione a diverse frequenze per tre valori di temperatura.



⁵ in particolare $\lambda_{\max} \cdot T = 2,898 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}$. Per esempio, la temperatura superficiale del Sole è di 5870 K, il che dà un picco a circa 0,5 μ . Il filamento di una lampadina ad incandescenza ha una temperatura di circa 2700 K, un massimo intorno ad 1 μ ed emette luce gialla (anche se sembra bianca). Ricordiamo che lo spettro visibile va da 0,8 μ (rosso) a 0,4 μ (violetto).

Il problema però non era del tutto risolto perché la forma analitica della funzione di distribuzione restava sconosciuta. E la termodinamica sembrava impotente nel suggerire ulteriori sviluppi. Lo stesso Wien se ne rende conto e scrive:

la legge di spostamento esaurisce le conclusioni che possono essere tratte, riguardo alla teoria della radiazione, dalla pura termodinamica. I singoli colori presenti nella radiazione sono completamente indipendenti l'uno dall'altro. La maniera in cui a una data temperatura l'intensità della radiazione è distribuita tra le diverse lunghezze d'onda non può essere determinata dalla termodinamica.

Occorre stabilire quale fosse il meccanismo di emissione e assorbimento della radiazione di corpo nero. Si osservi a tal proposito che la radiazione si trova in equilibrio con le pareti e con i corpi eventualmente presenti nella cavità, e che, secondo quanto abbiamo visto precedentemente, lo stato di equilibrio è del tutto indipendente dalla natura e dalle proprietà specifiche delle pareti e dei corpi. Nulla vieta perciò di attribuire a questi corpi delle proprietà particolari, costruendo un modello che renda possibile il calcolo della distribuzione energetica.

Wien ipotizzò che le pareti contenessero degli oscillatori armonici, cioè dei dipoli capaci di oscillare ciascuno su una delle frequenze presenti nel campo di radiazione, che le frequenze delle onde emesse fossero proporzionali alle energie cinetiche degli oscillatori, e che l'intensità in ogni intervallo di lunghezza d'onda fosse proporzionale al numero di oscillatori dotati dell'opportuna energia. Con queste assunzioni pervenne nel 1896 ad una formula esplicita⁶ stabilita, come si è detto, sulla base di ipotesi non irragionevoli ma comunque arbitrarie.

Quattro anni dopo Lord Rayleigh fece osservare che:

La formula di Wien, vista dal lato teorico sembra poco più di una congettura. Essa è, peraltro, sostenuta su basi generali di termodinamica da Planck. ...Ciononostante, la legge sembra piuttosto difficile da accettare, specialmente l'implicazione che al crescere della temperatura la radiazione di una data lunghezza d'onda tenda a un limite... La questione non può essere risolta che con l'esperimento; ma nel frattempo mi azzardo a suggerire una modificazione che a me sembra più probabile a priori.

L'idea di Rayleigh è quella di applicare alla radiazione termica lo stesso principio di Equipartizione dell'Energia⁷ che aveva avuto tanto successo nel caso dei gas: presupporre cioè che l'energia raggianti totale disponibile sia ugualmente distribuita fra tutte le possibili frequenze di vibrazione. Gli oscillatori armonici infatti assorbono ed emettono radiazioni e si trovano in equilibrio con queste radiazioni, a regime, in rapporto con le intensità rispettive. Ma gli oscillatori, sono, d'altronde, dei sistemi meccanici, costituiti da particelle cariche che compiono un moto di andirivieni lungo una direzione determinata, con una determinata energia che è la somma di quella cinetica e quella potenziale⁸. In quanto sistemi meccanici questi oscillatori interagiscono con le molecole presenti nella cavità, ed acquistano la distribuzione energetica di queste: varrà quindi per essi il teorema di equipartizione dell'energia.

Seguendo questa idea, del tutto ragionevole, Rayleigh ottenne una formula in cui la densità speci-

⁶ La formula di Wien è: $u_\nu dv = \Gamma \nu^3 e^{-\beta \nu T} dv$ dove Γ e b sono costanti, u_ν rappresenta la densità specifica di radiazione nell'intervallo di frequenze compreso fra ν e $\nu + dv$.

⁷ Il Teorema di equipartizione dell'energia è uno dei principi fondamentali della Meccanica Statistica e può essere dedotto matematicamente dai tre principi newtoniani. Esso afferma che l'energia totale contenuta in un sistema di un gran numero di particelle, che scambiano energia fra di loro per mezzo di urti reciproci, si ripartisce ugualmente (in media) fra tutte le particelle.

⁸ Non importa per la validità del ragionamento, che oscillatori di questo tipo esistano effettivamente nella cavità: basta che non sia assurdo immaginarne l'esistenza, come non si considera assurdo in termodinamica immaginare l'esistenza di macchine a funzionamento reversibile.

fica risultava proporzionale al quadrato della frequenza e alla temperatura assoluta⁹.

Questa formula per piccole frequenze, intorno all'infrarosso estremo, è abbastanza d'accordo con l'esperienza, ma, aumentando la frequenza il disaccordo si fa sempre più evidente fino a raggiungere l'assurdo. Infatti secondo questa formula l'irraggiamento specifico dovrebbe aumentare continuamente con la frequenza, mentre, come abbiamo visto, il grafico sperimentale è una curva a campana. Inoltre se si integra la densità spettrale per ottenere l'energia totale emessa dal corpo nero si arriva al risultato fisicamente inaccettabile di energia infinita mentre la legge di Stefan-Boltzmann ci assicura che essa è semplicemente proporzionale alla quarta potenza della temperatura assoluta.

Il guaio è che, malgrado tutte le somiglianze tra un gas formato da singole molecole e la radiazione termica formata da vibrazioni elettromagnetiche, esiste una differenza sostanziale: mentre il numero di molecole di gas in un dato spazio chiuso è sempre finito, pur essendo di solito grandissimo, il numero di vibrazioni elettromagnetiche possibili nello stesso spazio è sempre infinito. Per capire questo concetto è necessario ricordare che la configurazione del moto ondulatorio nello spazio circoscritto da un cubo, per fare un esempio, è formata dalla sovrapposizione di varie onde stazionarie aventi i nodi sulle pareti del cubo.

Vediamo meglio cosa succede nel caso più semplice unidimensionale, per esempio la corda di una chitarra. Come sappiamo le sole vibrazioni possibili sono quelle indicate nella figura seguente e corrispondono nel linguaggio musicale alla nota fondamentale e alle varie armoniche. Il primo armonico (o fondamentale) corrisponde a una mezza lunghezza d'onda, il secondo a due mezza lunghezze d'onda e così via. Possono esserci in linea di principio qualunque numero di armonici.

Nel caso di onde stazionarie all'interno di un contenitore tridimensionale, come un cubo, la situazione sarà simile, anche se un po' più complicata e porterà ad un numero illimitato di vibrazioni diverse con frequenze sempre più alte. Così se nel contenitore vi è una certa quantità di energia raggianti il principio di Equipartizione porterà a concludere che, essendo il numero di vibrazioni infinite, ad ognuna di esse spetterà una quantità infinitamente piccola di energia.

Anche il fatto che, nella formula di Rayleigh, l'irraggiamento specifico sia proporzionale alla temperatura porta ad un assurdo, come mise in evidenza Lorentz. Infatti se ci fosse questa proporzionalità un corpo nero che brilla di luce bianca a 1500 Kelvin dovrebbe essere ancora visibile nell'oscurità a temperatura ambiente a cui corrisponde una temperatura assoluta che è solo un quinto. Insomma con la fisica classica, oltre ad andare incontro a quella che più tardi P. Ehrenfest chiamò efficacemente la *catastrofe ultravioletta*, non si riescono a spiegare fenomeni banali come il fatto che un pezzo di ferro a temperatura ambiente non emetta luce. Se esso contiene particelle, elettroni o altro che siano, vibranti con frequenze determinate, perchè non può emettere radiazione visibile se non si è raggiunta una certa temperatura? Eppure quel pezzo di ferro assorbe anche a freddo la radiazione luminosa che lo investe. Occorre immaginare un meccanismo che consenta il passaggio di energia a senso unico.

⁹ La formula di Rayleigh-Jeans è: $u_\nu dv = 8\pi c^{-3} \nu^2 kT dv$

